



Programmation par Contraintes

Module du Master "Systèmes Informatiques Intelligents" 2ème année

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Mr ISLI

Département d'Informatique

Faculté d'Electronique et d'Informatique

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène

BP 32, El-Alia, Bab Ezzouar

DZ-16111 ALGER

http://perso.usthb.dz/~aisli/TA_PpC.htm

aisli@usthb.dz

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 : appliquer les algorithmes de consistance d'arc AC1 et AC3 au CSP $P=(X,D,C)$

- $X=\{X_1,X_2,X_3,X_4\}$
- $D(X_1)=D(X_2)=D(X_3)=D(X_4)=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$
- $C=\{c_1 : X_1 \text{ impair} ; c_2 : X_2 \text{ pair} ; c_3 : X_3 \text{ impair} ; c_4 : X_4 \text{ pair} ;$
 $c_5 : X_1 < X_2 ;$
 $c_6 : X_2 < X_4 ;$
 $c_7 : X_1 < X_4 ;$
 $c_8 : X_1 < X_3 ;$
 $c_9 : X_3 < X_4 ;$
 $c_{10} : X_2 < X_3\}$

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 : Filtrage des domaines par consistance de noeud (étape commune à AC1 et AC3)

- Pour chaque variable X_i , supprimer de $D(X_i)$ toute valeur ne satisfaisant pas les contraintes unaires portant sur X_i
- Ainsi, on supprime de $D(X_1)$ et de $D(X_3)$ toutes les valeurs paires ; de $D(X_2)$ et de $D(X_4)$ toutes les valeurs impaires

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1) :

Configuration initiale :

- initialement, après filtrage des domaines par consistance de noeud
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}

Première passe de AC1 (Itération 1 de la boucle répéter, R initialisé à FALSE)

Passé 1, Etape 1 :

- on considère les paires (X_1, X_2) puis (X_2, X_1) : aucune modification dans les domaines de X_1 et X_2

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1) :

Passé 1, Configuration 1 :

- $R = \text{FALSE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}

Passé 1, Etape 2 :

- On considère la paire suivante de la file, (X_2, X_4) : suppression de la valeur 8 du domaine de X_2

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1) :

Passé 1, Configuration 2 :

- $R = \text{TRUE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5,7}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}

Passé 1, Etape 3 :

- On considère la paire suivante de la file, (X_4, X_2) : suppression de la valeur 2 du domaine de X_4

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1) :

Passé 1, Configuration 3 :

- $R = \text{TRUE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5,7}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{4,6,8}

Passé 1, Etape 4 :

- on considère les deux paires suivantes de la file, (X_1, X_4) puis (X_4, X_1) : aucune modification dans les domaines de X_1 et X_4

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1) :

Passé 1, Configuration 4 :

- $R = \text{TRUE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5,7}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{4,6,8}

Passé 1, Etape 5 :

- On considère la paire suivante de la file, (X_1, X_3) : suppression de la valeur 7 du domaine de X_1

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1) :

Passé 1, Configuration 5 :

- $R = \text{TRUE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{4,6,8}

Passé 1, Etape 6 :

- On considère la paire suivante de la file, (X_3, X_1) : suppression de la valeur 1 du domaine de X_3

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1) :

Passé 1, Configuration 6 :

- $R = \text{TRUE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Passé 1, Etape 7 :

- On considère les deux paires suivantes de la file, (X_3, X_4) puis (X_4, X_3) : aucune modification dans les domaines de X_3 et X_4

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1) :

Passé 1, Configuration 7 :

- $R = \text{TRUE}$
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Passé 1, Etape 8 :

- On considère les deux paires suivantes de la file, (X_2, X_3) puis (X_3, X_2) : aucune modification dans les domaines de X_2 et X_3

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1) :

Passé 1, Configuration 8 :

- $R = \text{TRUE}$
- Toutes les paires de la file ont été considérées
 - fin de la première passe
- R étant égal à TRUE , la première passe a modifié (réduit) au moins un domaine de variable
- l'algorithme AC1 refait donc toute une passe en reconsidérant chacune des paires sur lesquelles il y a une contrainte, et en réinitialisant au préalable R à FALSE : deuxième itération de la boucle répéter
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1) :

Passé 2 :

- La passe 2 ne modifie aucun domaine de variable et laisse donc inchangée la valeur de R : R=FALSE
- La passe 1 avait donc rendu le CSP consistant d'arc : mais il a fallu, et c'est l'inconvénient de AC1, toute une nouvelle passe à vide (sans réduction de domaine de variable) pour que l'algorithme s'en rende compte

Passé 2, Configuration finale (domaines du CSP consistant d'arc) :

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3) :

Configuration 0 :

- initialement, après filtrage des domaines par consistance de noeud
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}

Etape 1 :

- On prend (X_1, X_2) puis (X_2, X_1) de la file : aucune modification dans les domaines de X_1 et X_2
- **Remarque** : quand AC3 prend une paire de la file, il l'en supprime ; mais la paire peut éventuellement y être réintroduite plus tard (voir plus loin)

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3) :

Configuration 1 :

- $Q = \{(X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}

Etape 2 :

- On prend (X_2, X_4) de la file : suppression de la valeur 8 du domaine de X_2 . On ajoute la paire (X_1, X_2) à la file, la paire (X_3, X_2) y étant déjà

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3) :

Configuration 2 :

- $Q = \{(X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2)\}$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5,7}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}

Etape 3 :

- On prend (X_4, X_2) de la file : suppression de la valeur 2 du domaine de X_4 . Rien à ajouter à la file, les paires (X_1, X_4) et (X_3, X_4) y étant déjà

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3) :

Configuration 3 :

$$Q = \{(X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), \\ (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2)\}$$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5,7}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{4,6,8}

Etape 4 :

- On prend la paire (X_1, X_4) puis la paire (X_4, X_1) de la file : aucune modification dans les domaines de X_1 et X_4

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3) :

Configuration 4 :

- $Q = \{(X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2)\}$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5,7}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{4,6,8}

Etape 5 :

- On prend (X_1, X_3) de la file : suppression de la valeur 7 du domaine de X_1 . Les paires (X_2, X_1) et (X_4, X_1) sont ajoutées à la file

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3) :

Configuration 5 :

- $Q = \{(X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_4, X_1)\}$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{4,6,8}

Etape 6 :

- On prend (X_3, X_1) de la file : suppression de la valeur 1 du domaine de X_3 . Rien n'est ajouté à la file, les paires (X_2, X_3) et (X_4, X_3) y étant déjà

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3) :

Configuration 6 :

- $Q = \{(X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_4, X_1)\}$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Etape 7 :

- On prend (X_3, X_4) puis (X_4, X_3) de la file : aucune modification dans les domaines de X_3 et X_4

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3) :

Configuration 7 :

- $Q = \{(X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_4, X_1)\}$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Etape 8 :

- On prend (X_2, X_3) puis (X_3, X_2) de la file : aucune modification dans les domaines de X_2 et X_3

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3) :

Configuration 8 :

- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_4, X_1)\}$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Etape 9 :

- On prend (X_1, X_2) puis (X_2, X_1) de la file : aucune modification dans les domaines de X_1 et X_2

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3) :

Configuration 9 :

- $Q = \{(X_4, X_1)\}$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Etape 10 :

- On prend (X_4, X_1) de la file : aucune modification dans le domaine de X_4

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3) :

Configuration 10 :

- $Q = \{\}$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Conclusion :

- La file est vide ; de plus, aucun domaine n'a été rendu vide : le CSP final est consistant d'arc