

Programmation par Contraintes

Module du Master "Systèmes Informatiques Intelligents" 2ème année

Annexe 1

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Mr ISLI

Département d'Informatique Faculté d'Electronique et d'Informatique Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène BP 32, El-Alia, Bab Ezzouar DZ-16111 ALGER

> http://perso.usthb.dz/~aisli/TA_PpC.htm aisli@usthb.dz

Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1: appliquer les algorithmes de consistance d'arc AC1 et AC3 au CSP P=(X,D,C)

```
X = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}
```

```
• D(X_1)=D(X_2)=D(X_3)=D(X_4)=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}
```

```
C={c<sub>1</sub>: X<sub>1</sub> impair; c<sub>2</sub>: X<sub>2</sub> pair; c<sub>3</sub>: X<sub>3</sub> impair; c<sub>4</sub>: X<sub>4</sub> pair; c<sub>5</sub>: X<sub>1</sub><X<sub>2</sub>; c<sub>6</sub>: X<sub>2</sub><X<sub>4</sub>; c<sub>7</sub>: X<sub>1</sub><X<sub>4</sub>; c<sub>8</sub>: X<sub>1</sub><X<sub>3</sub>; c<sub>9</sub>: X<sub>3</sub><X<sub>4</sub>; c<sub>10</sub>: X<sub>2</sub><X<sub>3</sub>}
```



Exemple 1 : Filtrage des domaines par consistance de noeud (étape commune à AC1 et AC3)

- Pour chaque variable X_i, supprimer de D(X_i) toute valeur ne satisfaisant pas les contraintes unaires portant sur X_i
- Ainsi, on supprime de $D(X_1)$ et de $D(X_3)$ toutes les valeurs paires ; de $D(X_2)$ et de $D(X_4)$ toutes les valeurs impaires



Exemple 1 (AC1):

Configuration initiale:

- initialement, après filtrage des domaines par consistance de noeud
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}

Première passe de AC1 (Itération 1 de la boucle répéter, R initialisé à FALSE) Passe 1, Etape 1 :

• on considère les paires (X_1,X_2) puis (X_2,X_1) : aucune modification dans les domaines de X_1 et X_2

Année universitaire 2016/17



Exemple 1 (AC1):

Passe 1, Configuration 1:

- R=FALSE
- $Q = \{ (X_{1}, X_{2}), (X_{2}, X_{1}), (X_{2}, X_{4}), (X_{4}, X_{2}), (X_{1}, X_{4}), (X_{4}, X_{1}), (X_{1}, X_{3}), (X_{3}, X_{1}), (X_{3}, X_{4}), (X_{4}, X_{3}), (X_{2}, X_{3}), (X_{3}, X_{2}) \}$

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}

Passe 1, Etape 2:

• On considère la paire suivante de la file, (X_2, X_4) : suppression de la valeur 8 du domaine de X_2

Année universitaire 2016/17



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1):

Passe 1, Configuration 2:

- R=TRUE
- $Q = \{ (X_{1}, X_{2}), (X_{2}, X_{1}), (X_{2}, X_{4}), (X_{4}, X_{2}), (X_{1}, X_{4}), (X_{4}, X_{1}), (X_{1}, X_{3}), (X_{3}, X_{1}), (X_{3}, X_{4}), (X_{4}, X_{3}), (X_{2}, X_{3}), (X_{3}, X_{2}) \}$

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5,7}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}

Passe 1, Etape 3:

 On considère la paire suivante de la file, (X₄,X₂): suppression de la valeur 2 du domaine de X₄

Année universitaire 2016/17



Exemple 1 (AC1):

Passe 1, Configuration 3:

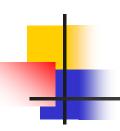
- R=TRUE
- $Q = \{ (X_{1}, X_{2}), (X_{2}, X_{1}), (X_{2}, X_{4}), (X_{4}, X_{2}), (X_{1}, X_{4}), (X_{4}, X_{1}), (X_{1}, X_{3}), (X_{3}, X_{1}), (X_{3}, X_{4}), (X_{4}, X_{3}), (X_{2}, X_{3}), (X_{3}, X_{2}) \}$

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5,7}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{4,6,8}

Passe 1, Etape 4:

• on considère les deux paires suivantes de la file, (X_1, X_4) puis (X_4, X_1) : aucune modification dans les domaines de X_1 et X_4

Année universitaire 2016/17



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1):

Passe 1, Configuration 4:

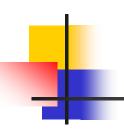
- R=TRUE
- $Q = \{ (X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2) \}$

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5,7}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{4,6,8}

Passe 1, Etape 5:

 On considère la paire suivante de la file, (X₁,X₃): suppression de la valeur 7 du domaine de X₁

Année universitaire 2016/17



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1):

Passe 1, Configuration 5:

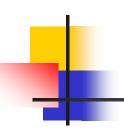
- R=TRUE
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{4,6,8}

Passe 1, Etape 6:

• On considère la paire suivante de la file, (X_3,X_1) : suppression de la valeur 1 du domaine de X_3

Année universitaire 2016/17



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1):

Passe 1, Configuration 6:

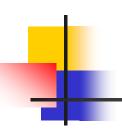
- R=TRUE
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Passe 1, Etape 7:

• On considère les deux paires suivantes de la file, (X_3, X_4) puis (X_4, X_3) : aucune modification dans les domaines de X_3 et X_4

Année universitaire 2016/17



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1):

Passe 1, Configuration 7:

- R=TRUE
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Passe 1, Etape 8:

• On considère les deux paires suivantes de la file, (X_2, X_3) puis (X_3, X_2) : aucune modification dans les domaines de X_2 et X_3

Année universitaire 2016/17



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1):

Passe 1, Configuration 8:

- R=TRUE
- Toutes les paires de la file ont été considérées
 - fin de la première passe
- R étant égal à TRUE, la première passe a modifié (réduit) au moins un domaine de variable
- l'algorithme AC1 refait donc toute une passe en reconsidérant chacune des paires sur lesquelles il y a une contrainte, et en réinitialisant au préalable R à FALSE : deuxième itération de la boucle répéter
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Année universitaire 2016/17



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC1):

Passe 2:

- La passe 2 ne modifie aucun domaine de variable et laisse donc inchangée la valeur de R : R=FALSE
- La passe 1 avait donc rendu le CSP consistant d'arc : mais il a fallu, et c'est l'inconvénient de AC1, toute une nouvelle passe à vide (sans réduction de domaine de variable) pour que l'algorithme s'en rende compte

Passe 2, Configuration finale (domaines du CSP consistant d'arc) :

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Année universitaire 2016/17



Exemple 1 (AC3):

Configuration 0:

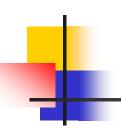
- initialement, après filtrage des domaines par consistance de noeud
- $Q = \{(X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), \\ (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(Xi)	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}

Etape 1:

- On prend (X_1,X_2) puis (X_2,X_1) de la file : aucune modification dans les domaines de X_1 et X_2
- Remarque: quand AC3 prend une paire de la file, il l'en supprime; mais la paire peut éventuellement y être réintroduite plus tard (voir plus loin)

Année universitaire 2016/17



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3):

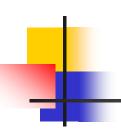
Configuration 1:

 $Q = \{(X_2, X_4), (X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2)\}$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}

Etape 2:

• On prend (X_2, X_4) de la file : suppression de la valeur 8 du domaine de X_2 . On ajoute la paire (X_1, X_2) à la file, la paire (X_3, X_2) y étant déjà



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3):

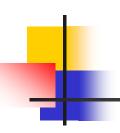
Configuration 2:

 $Q = \{(X_4, X_2), (X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5,7}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{2,4,6,8}

Etape 3:

• On prend (X_4, X_2) de la file : suppression de la valeur 2 du domaine de X_4 . Rien à ajouter à la file, les paires (X_1, X_4) et (X_3, X_4) y étant déjà



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3):

Configuration 3:

$$Q = \{(X_1, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X1, X2)\}$$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5,7}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{4,6,8}

Etape 4:

• On prend la paire (X_1,X_4) puis la paire (X_4,X_1) de la file : aucune modification dans les domaines de X_1 et X_4



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3):

Configuration 4:

 $Q = \{(X_1, X_3), (X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2)\}$

i	1	2	3	4
$D(X_i)$	{1,3,5,7}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{4,6,8}

Etape 5:

• On prend (X_1, X_3) de la file : suppression de la valeur 7 du domaine de X_1 . Les paires (X_2, X_1) et (X_4, X_1) sont ajoutées à la file



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3):

Configuration 5:

 $Q = \{(X_3, X_1), (X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_4, X_1)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5}	{2,4,6}	{1,3,5,7}	{4,6,8}

Etape 6:

• On prend (X_3, X_1) de la file : suppression de la valeur 1 du domaine de X_3 . Rien n'est ajouté à la file, les paires (X_2, X_3) et (X_4, X_3) y étant déjà



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3):

Configuration 6:

 $= Q = \{(X_3, X_4), (X_4, X_3), (X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_4, X_1)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Etape 7:

• On prend (X_3, X_4) puis (X_4, X_3) de la file : aucune modification dans les domaines de X_3 et X_4



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3):

Configuration 7:

 $Q = \{(X_2, X_3), (X_3, X_2), (X_1, X_2), (X_2, X_1), (X_4, X_1)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Etape 8:

• On prend (X_2,X_3) puis (X_3,X_2) de la file : aucune modification dans les domaines de X_2 et X_3



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3):

Configuration 8:

• Q={ $(X_1,X_2),(X_2,X_1),(X_4,X_1)$ }

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Etape 9:

• On prend (X_1,X_2) puis (X_2,X_1) de la file : aucune modification dans les domaines de X_1 et X_2



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3):

Configuration 9:

• $Q = \{(X_4, X_1)\}$

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Etape 10:

• On prend (X_4, X_1) de la file : aucune modification dans le domaine de X_4



Exemple 1 du chapitre III : déroulement complet de AC1 et de AC3

Exemple 1 (AC3):

Configuration 10:

Q={}

i	1	2	3	4
D(X _i)	{1,3,5}	{2,4,6}	{3,5,7}	{4,6,8}

Conclusion:

 La file est vide ; de plus, aucun domaine n'a été rendu vide : le CSP final est consistant d'arc