

# Programmation par Contraintes

Module du Master "Systèmes Informatiques Intelligents" 2ème année

## Annexe 3

CSP binaires continus (algèbre des points)

Mr ISLI

Département d'Informatique

Faculté d'Electronique et d'Informatique

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène

BP 32, El-Alia, Bab Ezzouar

DZ-16111 ALGER

[http://perso.usthb.dz/~aisli/TA\\_PpC.htm](http://perso.usthb.dz/~aisli/TA_PpC.htm)

[aisli@usthb.dz](mailto:aisli@usthb.dz)



# Annexe 3

## CSP binaires continus (algèbre des points)

---

### Algèbre des points

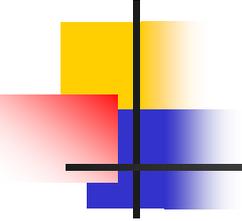
- Objets et relations
  - Objets : les points de la droite réelle (temps)
  - Relations qualitatives sur des paires de points :
    - Relations atomiques :  $<$                        $=$                        $>$
    - Relations générales (disjonctives) :
      - Sous-ensembles de  $\{<, =, >\}$

# Annexe 3

## CSP binaires continus (algèbre des points)

### Algèbre des points

Relation	Notation
$\{\}$	$\emptyset$
$\{<\}$	$<$
$\{=\}$	$=$
$\{>\}$	$>$
$\{<,=\}$	$\leq$
$\{<,>\}$	$\neq$
$\{>,=\}$	$\geq$
$\{<,=,>\}$	$?$



# Annexe 3

## CSP binaires continus (algèbre des points)

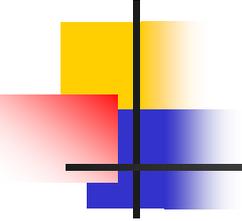
---

### Algèbre des points

- CSP qualitatif de points

Paire  $P=(X,C)$  :

- $X$  ensemble fini de variables :  $X=\{X_1, \dots, X_n\}$
- $C$  ensemble fini de contraintes binaires sur des paires de variables de  $P$
- Le domaine de chacune des variables est l'ensemble  $\mathbb{R}$  des réels ou l'ensemble  $\mathbb{Q}$  des rationnels
  - Le domaine commun des variables sera noté  $D(P)$



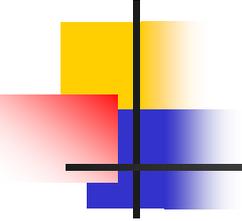
# Annexe 3

## CSP binaires continus (algèbre des points)

---

### Algèbre des points

- CSP qualitatif de points  $P=(X,C)$  : Contraintes
  - $R(X_i, X_j)$ ,  $R$  étant une des huit relations de l'algèbre des points



# Annexe 3

CSP binaires continus (algèbre des points)

---

## Algèbre des points

- CSP qualitatif de points  $P=(X,C)$ 
  - Représentation graphique
  - Représentation matricielle

# Annexe 3

## CSP binaires continus (algèbre des points)

### Algèbre des points

- Transposée

Relation atomique $r$	Transposée $r^t$ de $r$
$<$	$>$
$=$	$=$
$>$	$<$

# Annexe 3

## CSP binaires continus (algèbre des points)

### Algèbre des points

- Intersection

	$\emptyset$	$<$	$=$	$>$	$\leq$	$\neq$	$\geq$	$?$
$\emptyset$								
$<$	$\emptyset$	$<$	$\emptyset$	$\emptyset$	$<$	$<$	$\emptyset$	$<$
$=$	$\emptyset$	$\emptyset$	$=$	$\emptyset$	$=$	$\emptyset$	$=$	$=$
$>$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$>$	$\emptyset$	$>$	$>$	$>$
$\leq$	$\emptyset$	$<$	$=$	$\emptyset$	$\leq$	$<$	$=$	$\leq$
$\neq$	$\emptyset$	$<$	$\emptyset$	$>$	$<$	$\neq$	$>$	$\neq$
$\geq$	$\emptyset$	$\emptyset$	$=$	$>$	$=$	$>$	$\geq$	$\geq$
$?$	$\emptyset$	$<$	$=$	$>$	$\leq$	$\neq$	$\geq$	$?$

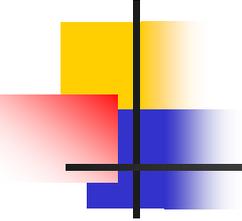
# Annexe 3

## CSP binaires continus (algèbre des points)

### Algèbre des points

- Table de composition

	<	=	>
<	<	<	?
=	<	=	>
>	?	>	>



# Annexe 3

CSP binaires continus (algèbre des points)

---

## Algèbre des points

- CSP qualitatif de points  $P=(X,C)$ 
  - Nœud-consistant
  - Arc-consistant

# Annexe 3

## CSP binaires continus (algèbre des points)

### Algèbre des points

- CSP qualitatif de points  $P=(X,C)$ 
  - Consistance de chemin : répéter jusqu'à fermeture
    - Pour tout triplet  $(X_i, X_k, X_j)$  de variables ne vérifiant pas  $C_{ij} \subseteq C_{ik} \circ C_{kj}$ 
      - $C_{ij} = C_{ij} \cap C_{ik} \circ C_{kj}$



# Annexe 3

## CSP binaires continus (algèbre des points)

---

### Algèbre des points

- CSP qualitatif de points  $P=(X,C)$

- L'algèbre des points est un formalisme polynomial
- La consistance de chemin, qui est de complexité cubique, décide la consistance d'un CSP qualitatif de points :
  - Si la consistance de chemin ne rencontre pas la relation  $\emptyset$  alors le CSP en entrée est consistant
- Il y a même mieux pour l'algèbre des points :
  - Il y a un algorithme quadratique pour le problème de consistance d'un CSP qualitatif de points