Programmation par Contraintes

Module du Master “Systèmes Informatiques Intelligents” 2ème année

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Mr ISLI

Département d’Informatique

Faculté d’Electronique et d’Informatique

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène

BP 32, El-Alia, Bab Ezzouar

DZ-16111 ALGER

http://perso.usthb.dz/~aisli/TA_PpC.htm

aisli@usthb.dz

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Objets et relations
  - Objets : les intervalles de la droite réelle (temps)
  - Relations qualitatives sur des paires d'intervalles :
    - Relations atomiques : 13
    - Relations générales (disjonctives) :
      - Sous-ensembles de relations atomiques : 2^{13}=8192

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Les 13 relations atomiques

Symbole	Signification	Traduction
<	before	avant
m	meets	rencontre
o	overlaps	chevauche
fi	finished-by	terminé-par
di	contains	contient
s	starts	commence
eq	equals	égale
si	started-by	commencé-par
d	during	durant
f	finishes	termine
oi	overlapped-by	chevauché-par
mi	met-by	rencontré-par
>	after	après

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- CSP qualitatif d'intervalles

  Paire P=(X,C) :

  - X ensemble fini de variables : $X=\{X_1, \ldots, X_n\}$
  - C ensemble fini de contraintes binaires sur des paires de variables de P
  - Le domaine de chacune des variables est l'ensemble $\{(d,f)\in IR^2 : d<f\}$ ou l'ensemble $\{(d,f)\in Q^2 : d<f\}$
    - Le domaine commun des variables sera noté D(P)

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

CSP qualitatif d'intervalles P=(X,C) : Contraintes

- $R(X_i,X_j)$, R étant une des 8192 relations de l'algèbre des intervalles

Annexe 4
CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- CSP qualitatif d’intervalles P=(X,C)
  - Représentation graphique
  - Représentation matricielle

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Transposée

r	r^t	r	r^t
<	>	>	<
m	mi	mi	m
o	oi	oi	o
s	si	si	s
d	di	di	d
f	fi	fi	f
eq	eq		

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Intersection
  - $R_1 \cap R_2 = \{r : r \in R_1 \text{ et } r \in R_2\}$
  - Intersection ensembliste

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- **Composition**
  - La composition faible de deux relations R_1 et R_2 est la plus petite relation R telle que pour tous intervalles I, J et K de la droite réelle :
    - Si $R_1(I,K)$ et $R_2(K,J)$ alors $R(I,J)$
  - R coïncide avec la composition exacte $R_1 \circ R_2$ si pour tous intervalles I et J tels que $R(I,J)$, il existe un intervalle K tel que $R_1(I,K)$ et $R_2(K,J)$

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Composition
  - Composition faible = composition exacte
  - $R_1 \circ R_2 = \bigcup_{r_1 \in R_1, r_2 \in R_2} r_1 \circ r_2$

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Table de composition
  - Table 13x13 dont les lignes et les colonnes sont indicées par les relations atomiques
  - L'élément (r_1,r_2) donne la composition $r_1 \circ r_2$ de r_1 et r_2

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- Table de composition

°	<	…	oi	…	>	eq
<	<	…	{d,s,o,m,<}	…	?	<
…	…	…	…	…	…	…
s	<	…	{oi,f,d}	…	>	s
…	…	…	…	…	…	…
>	?	…	>	…	>	>
eq	<	…		…	>	eq

Annexe 4
CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- CSP qualitatif d'intervalles P=(X,C)
  - Nœud-consistant
  - Arc-consistant

Annexe 4
CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- CSP qualitatif d'intervalles P=(X,C)
  - Consistance de chemin : répéter jusqu'à fermeture
    - Pour tout triplet (X_i,X_k,X_j) de variables ne vérifiant pas $C_{ij} \subseteq C_{ik} \circ C_{kj}$
      - $C_{ij} = C_{ij} \cap C_{ik} \circ C_{kj}$

Annexe 4

CSP binaires continus (algèbre des intervalles)

Algèbre des intervalles

- CSP qualitatif d'intervalles P=(X,C)
  - L'algèbre des intervalles est un formalisme NP-complet
  - La consistance de chemin, qui est de complexité cubique, décide la consistance d'un CSP qualitatif atomique d'intervalles :
    - Si la consistance de chemin ne rencontre pas la relation ∅ alors le CSP en entrée est consistant
  - Pour résoudre un CSP général d'intervalles :
    - Utiliser la consistance de chemin comme algorithme de validation
    - Choix (non-déterminisme) d'une relation atomique sur chacun des arcs disjonctifs
    - Appliquer la consistance de chemin au CSP atomique résultant