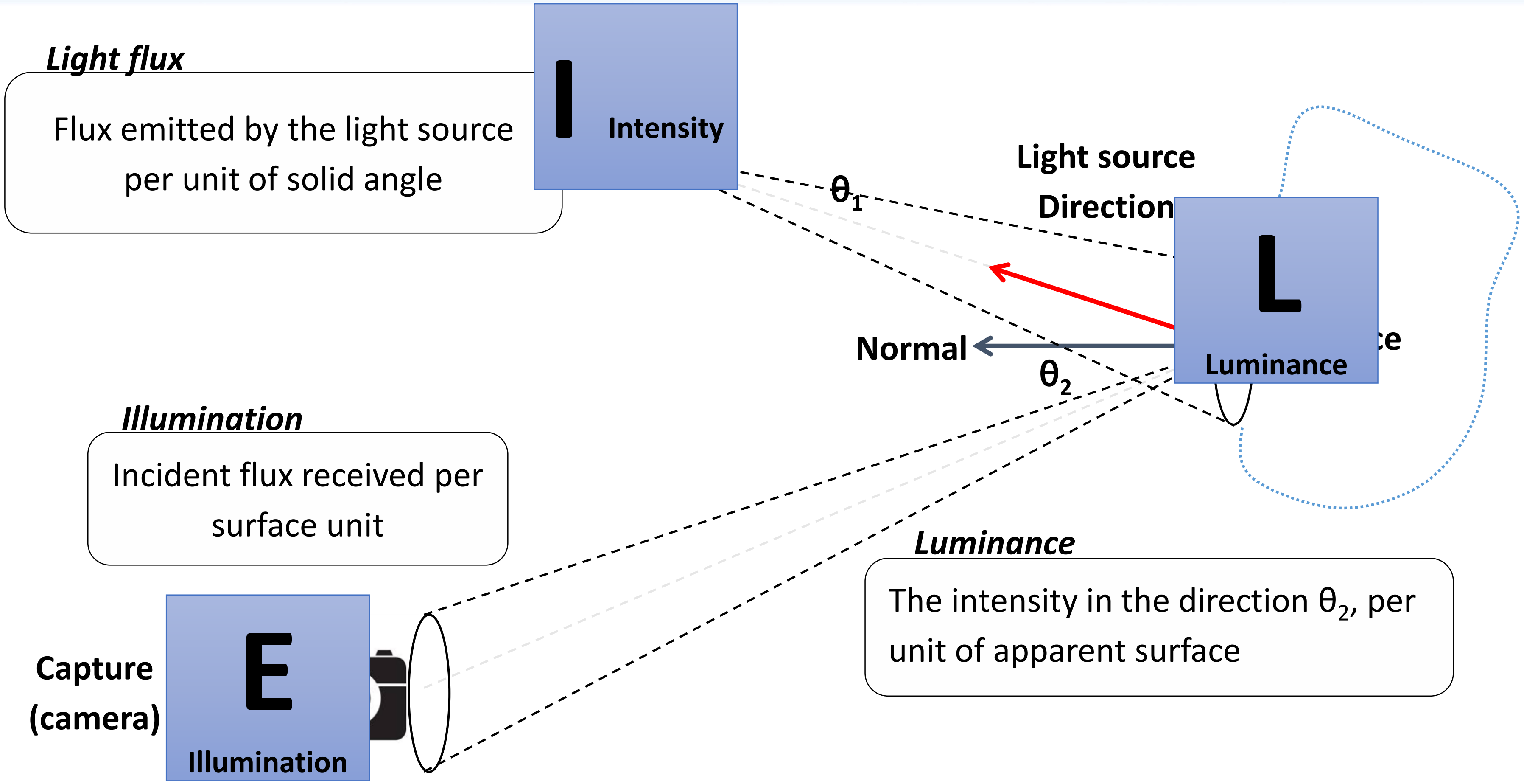
Le modèle photométrique

2 - Le modèle photométrique d’une caméra

Le modèle photométrique

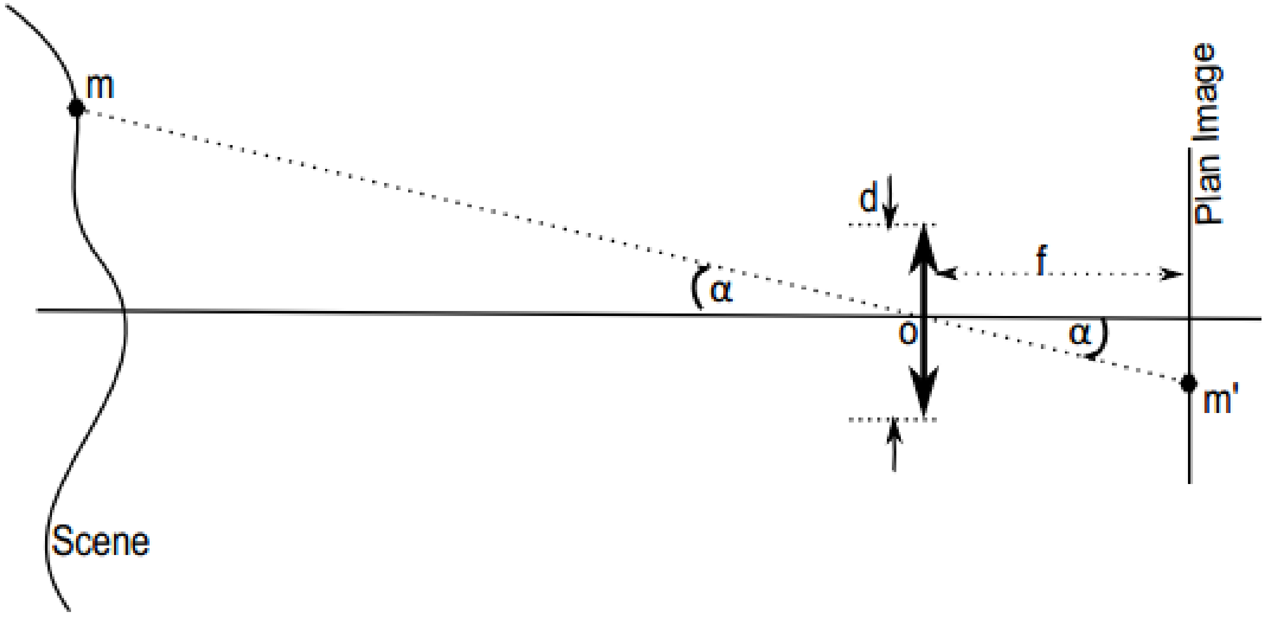


The illumination equal gray level multiplied by a constant (linear relationship)

Formation d'images

Afin d'obtenir la relation entre le niveau de gris et la variation de la surface, il est nécessaire d'étudier la manière dont l'image a été créée (niveau de gris à partir de la surface 3D). L'équation de base qui donne cette relation s'appelle l'équation de la formation d'image ou l'équation de l'irradiance. Cette équation calcule l'éclairement (niveau de gris) d'un point de l'objet 3D éclairé par une source lumineuse.

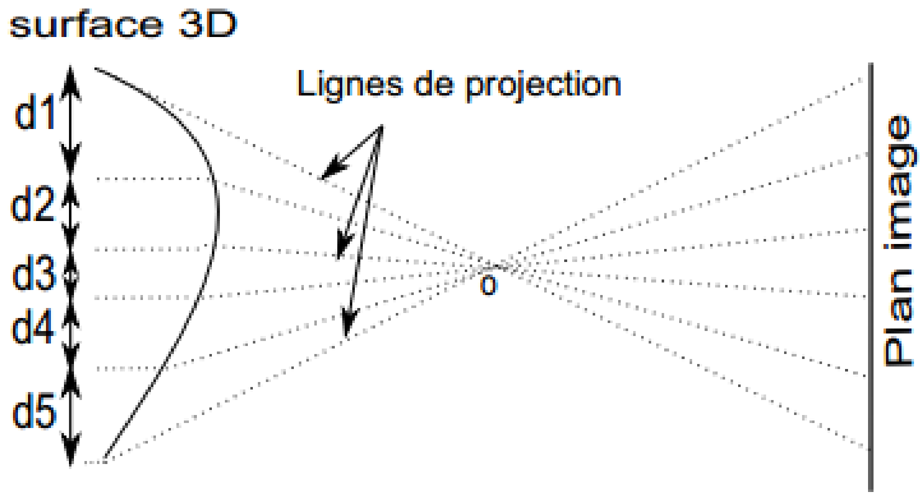
$$\mathrm{E} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{f}\right)^2 I \cos^4\delta \; L$$

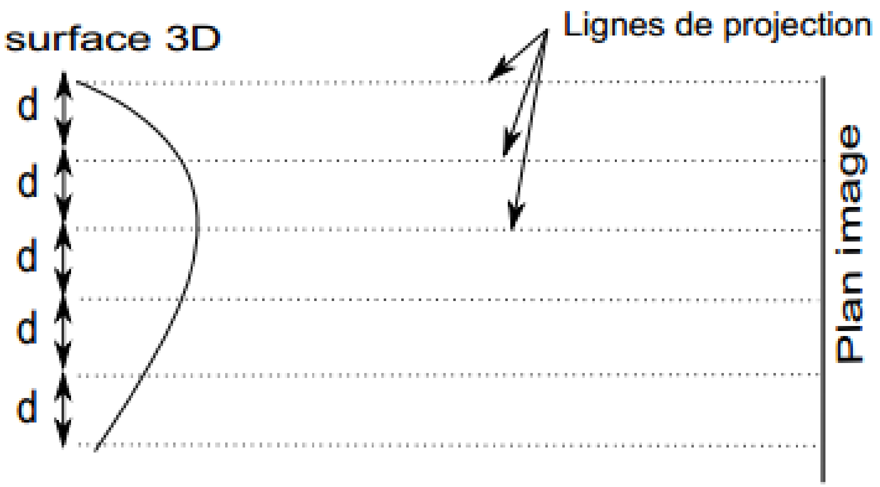


Formation d'images : Contraintes

Les modèles de la caméra:

- Le modèle de projection utilisé dans une caméra est le perspectif
- Théoriquement, il existe un autre modèle qui est le modèle de la projection parallèle ou orthogonale. L'objet 3D dans ce modèle est projeté directement sur le plan image par des lignes parallèles (L'effet de perspective est négligé dans ce modèle)



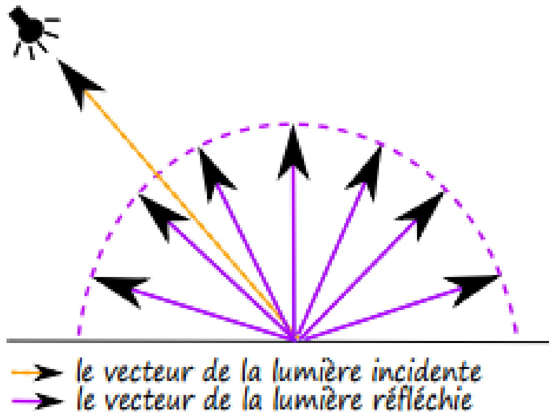


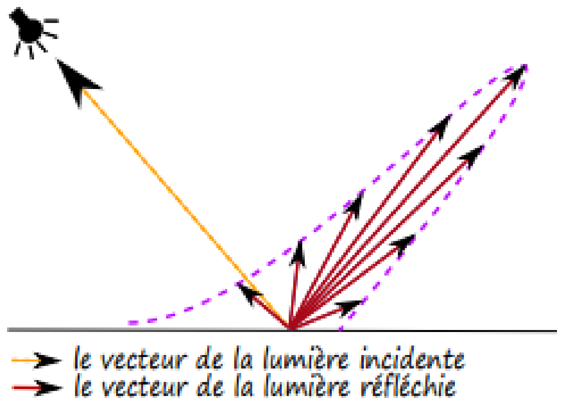
Modèle parallèle ➔ $\delta = 0$ ➔ $cos^4\delta = 1$ ➔ $\mathrm{E} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{p}{f}\right)^2 I\ L$

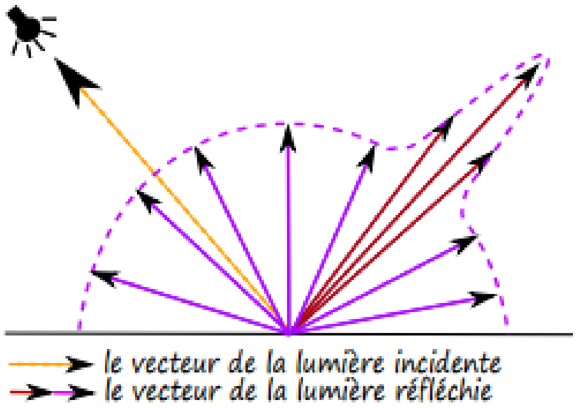
Formation d'images : Contraintes

Le type de la surface :

- La lumière reçue par le récepteur photosensible est réfléchie par la surface
- Selon le type de la surface, la quantité de la lumière varie
- Les phénomènes qui se produisent lorsque la lumière arrive sur une surface sont : **l'absorption, la réflexion, la diffusion et/ou la transmission.**
- Il existe deux principaux types de surfaces : **la surface spéculaire** et **la surface lambertienne (diffusible)**.

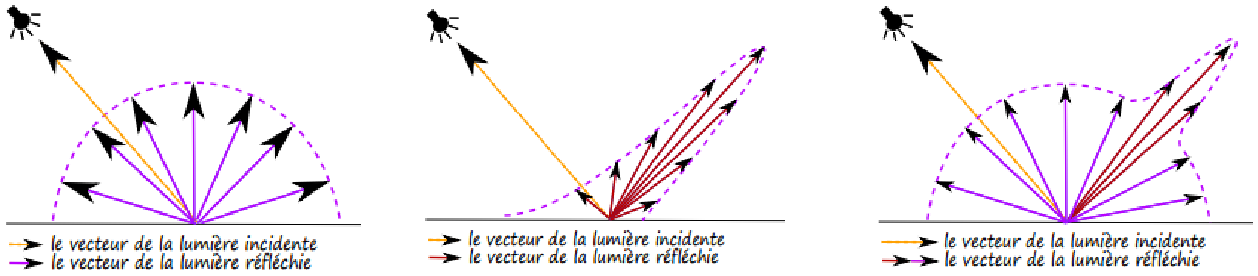


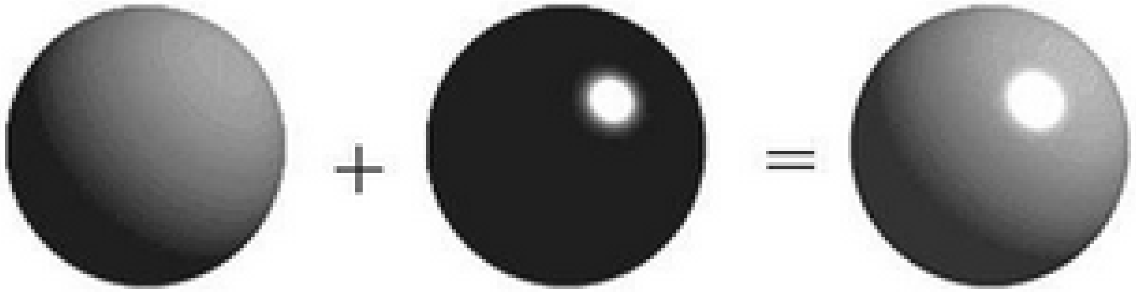


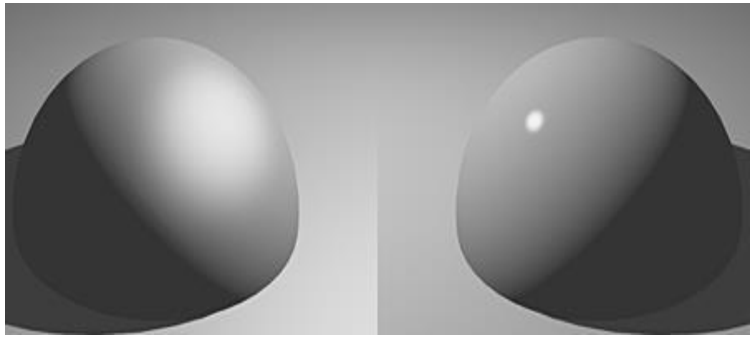


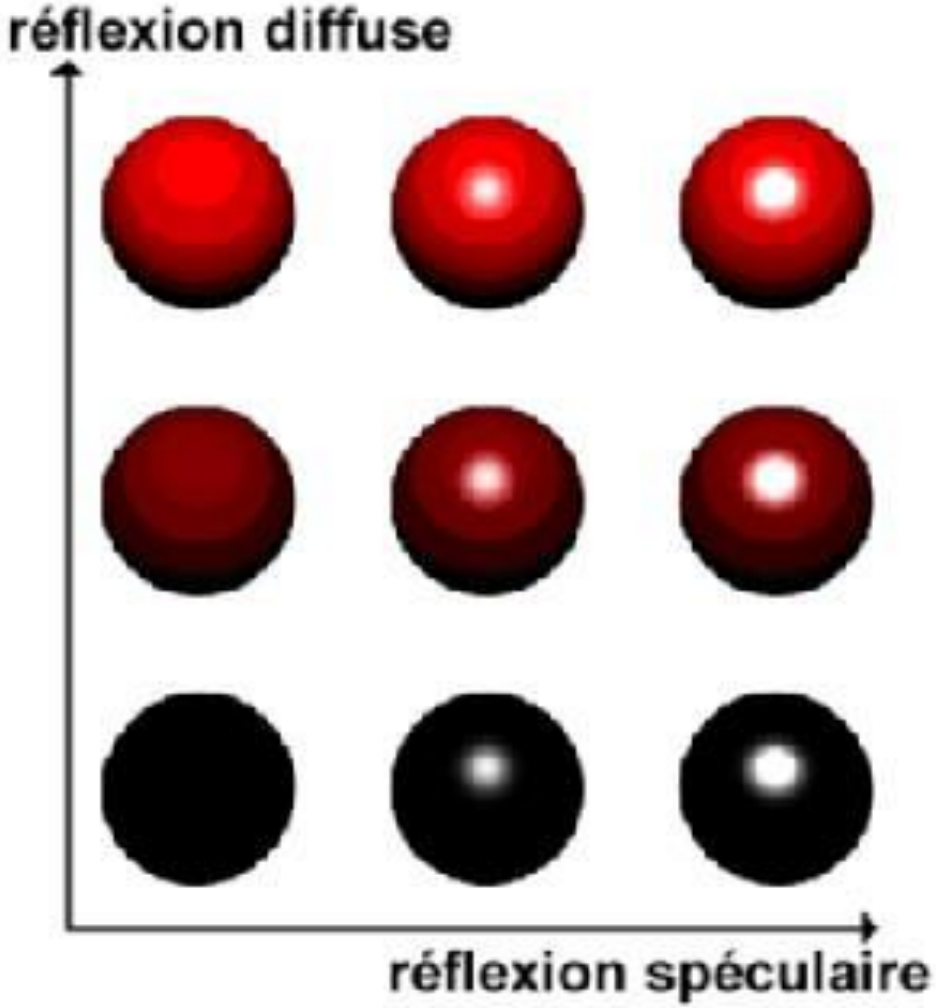
Surface lambertienne ➔ $L = \frac{\rho}{4}\vec{N}\vec{S}$ ➔ $E = \frac{\pi}{4}\left(\frac{p}{f}\right)^2 I \frac{\rho}{4}\vec{N}\vec{S}$

Formation d’images : Contraintes









Formation d'images : Contraintes

Le type de la surface :

- La lumière reçue par le récepteur photosensible est réfléchie par la surface
- Selon le type de la surface, la quantité de la lumière varie
- Les phénomènes qui se produisent lorsque la lumière arrive sur une surface sont : **l'absorption, la réflexion, la diffusion et/ou la transmission.**
- Il existe deux principaux types de surfaces : **la surface spéculaire** et **la surface lambertienne (diffusible)**.

La quantité : $\frac{\pi}{4}\left(\frac{p}{f}\right)^2 I\,\frac{\rho}{4} = \mathrm{k}$ est constante

$\Rightarrow \mathrm{E} = \mathrm{k}\vec{N}\vec{S}$

k = 1 pour une image normalisé entre 0 et 1

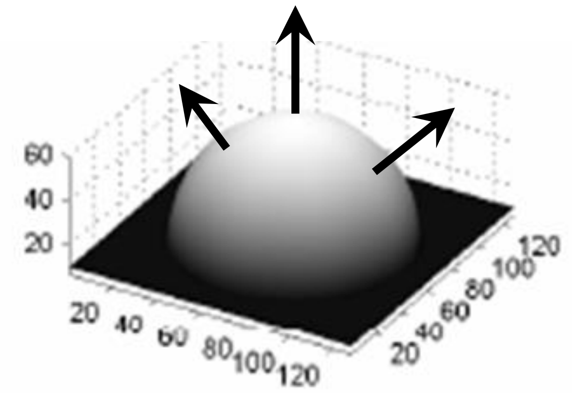
La reconstruction 3D photométrique

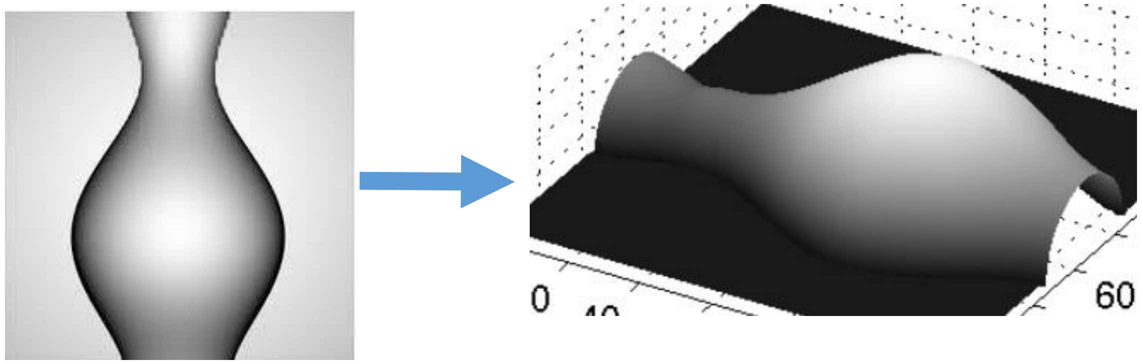
La reconstruction 3D photométrique: consiste à calculer l'objet 3D à partir d'une ou plusieurs images.
Elle est considérée comme problème inverse de la formation d'image.

Le Shape from Shading (SfS) calcule l'objet 3D à partir d'une seule image. Il est considéré comme un problème mal-posé (plusieurs inconnus avec une seule équation)

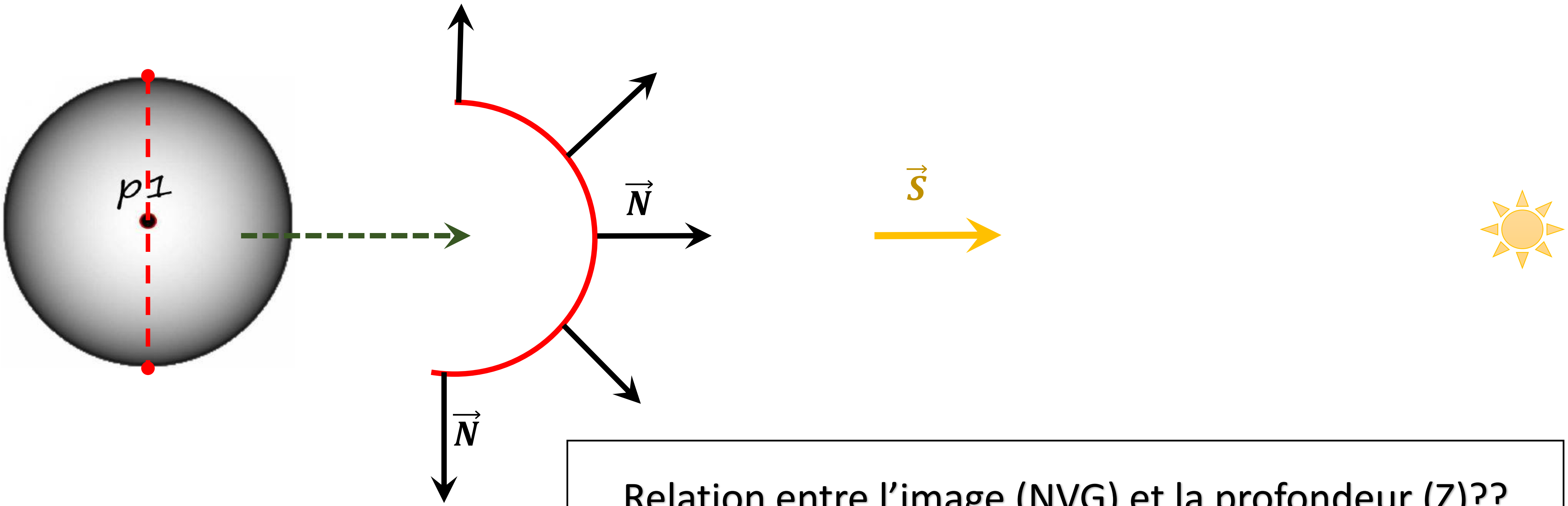
La stéréo photométrique (PS) utilise plusieurs images pour résoudre le problème de la reconstruction 3D.

Formation d'images





Shape From Shading



Relation entre l'image (NVG) et la profondeur (Z)??

Formation d'images

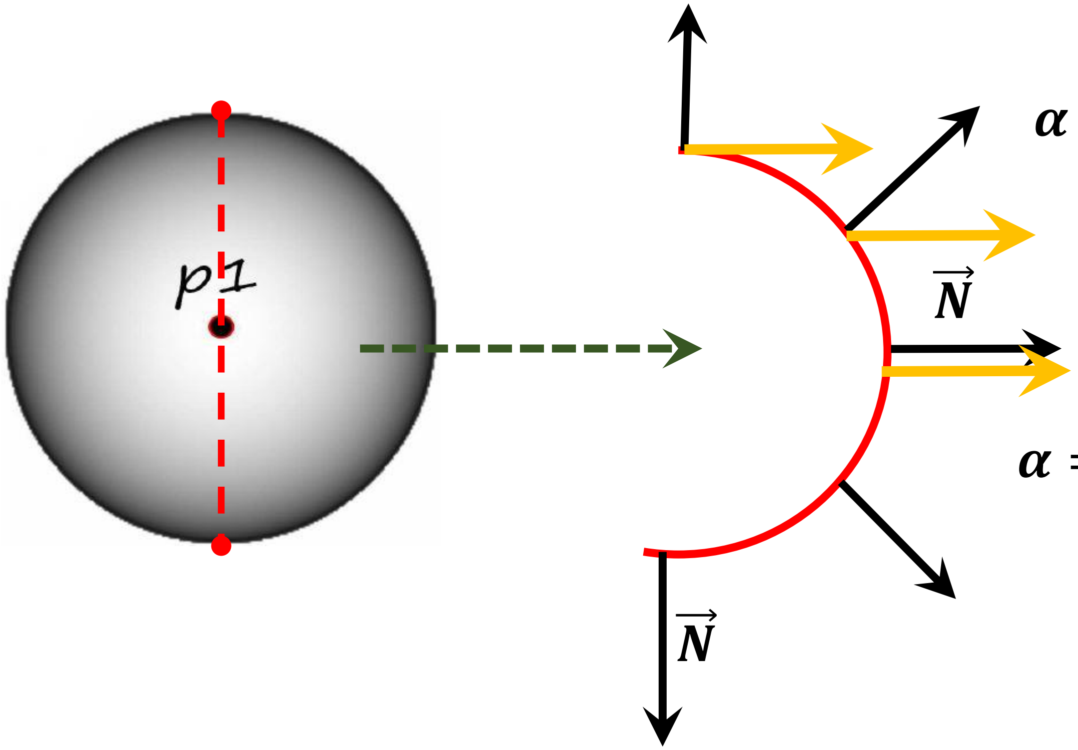
Il n'y a pas de relation entre l'image (NVG) et la profondeur (Z)?? ☹

$\vec{S} = (xs, ys, zs)$

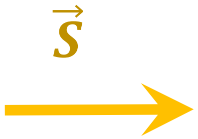
$\vec{N} = (xn, yn, zn)$

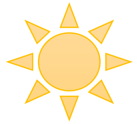
$\alpha = 90 \Rightarrow \cos\alpha = 0$

$E\ [0 \rightarrow 1]$



$\alpha = 45 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,53$





$\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 1$

La relation entre l'image (NVG) et le vecteur normal (N) ☺

Formation d'images

La relation entre l'image (NVG) et le vecteur normal (N) ☺

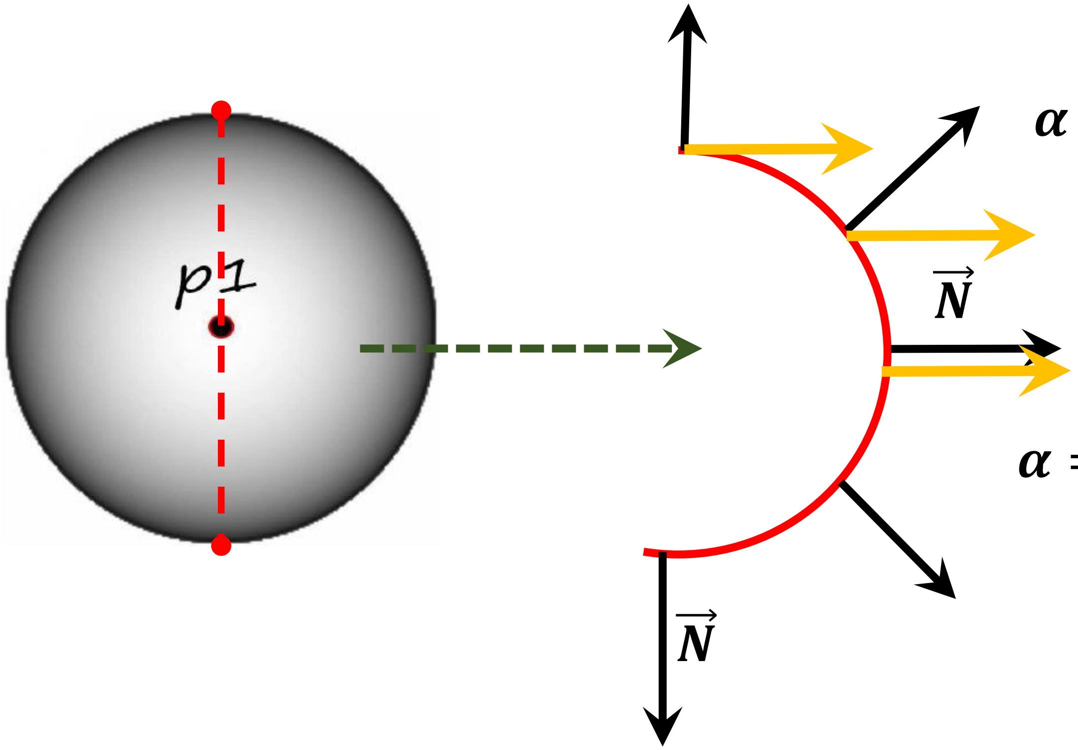
$\vec{S} = (xs, ys, zs)$

$\vec{N} = (xn, yn, zn)$

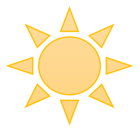
$E\ [0 \rightarrow 1]$

$\alpha = 90 \Rightarrow \cos\alpha = 0$

$\alpha = 45 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,53$



$\vec{S}$



$\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 1$

$\|\vec{S}\| = 1$

$\|\vec{N}\| = 1$

$$E = \vec{N}.\vec{S} = \|\vec{N}\|\,\|\vec{S}\|\cos\alpha$$

La relation entre l'image (NVG) et le vecteur normal (N) ☺

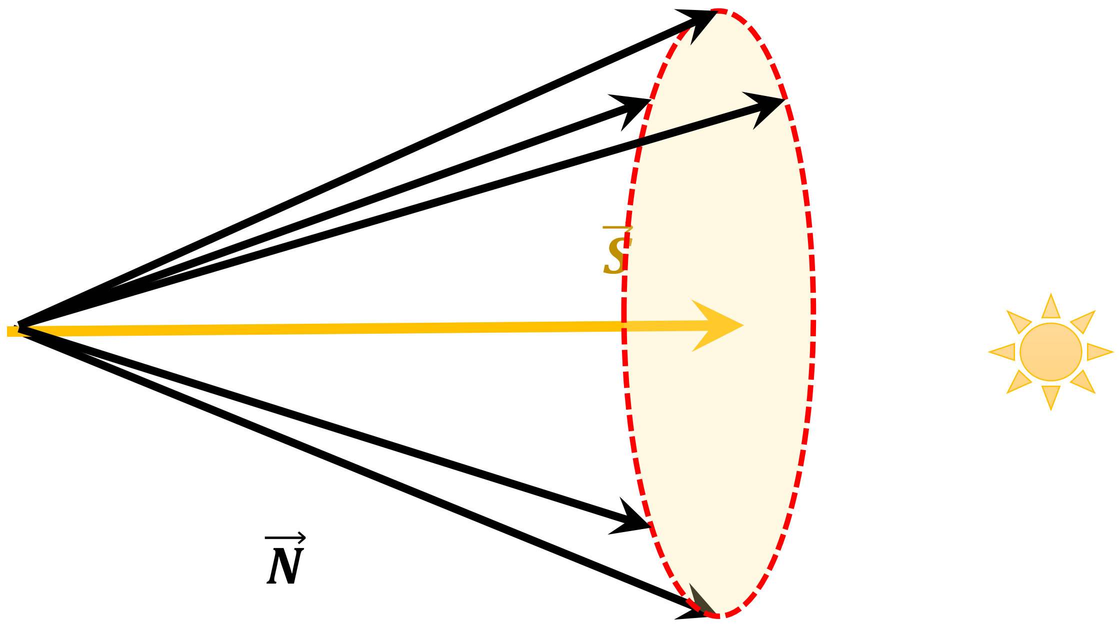
$$\vec{S} = (xs, ys, zs)$$

$$\vec{N} = (xn, yn, zn)$$

$$\|\vec{S}\| = 1$$

$$\|\vec{N}\| = 1$$

$$\mathrm{E} = \vec{N}.\vec{S} = \|\vec{N}\|\,\|\vec{S}\|\cos\alpha = \cos\alpha$$



Stéréo photométrique

$E_1 = N . S_1$ $E_2 = N . S_2$ $E_3 = N . S_3$

$E_4 = N . S_4$ $E_5 = N . S_5$ $E_n = N . S_n$

Stéréo photométrique

$$\begin{cases} E_1 = N(x, y, z) . S_1 \\ E_2 = N(x, y, z) . S_2 \\ E_3 = N(x, y, z) . S_3 \\ E_4 = N(x, y, z) . S_4 \\ E_5 = N(x, y, z) . S_5 \\ E_n = N(x, y, z) . S_n \end{cases}$$

l'étape 1 :

La préparation des données

Stéréo photométrique : Solution

La reconstruction 3D par stéréo photométrique est divisée en deux étapes :
1- Calcul du champs de normales (needle map) : cette étape consiste à calculer le vecteur normal pour chaque point de l'objet
2- Intégrer le champ de normales pour déterminer la profondeur (Z) du chaque point de l'objet.

$$E_i = \mathrm{N}(\mathrm{Nx}, \mathrm{Ny}, \mathrm{Nz}) . \boldsymbol{S}_i (\mathrm{Sx}, \mathrm{Sy}, \mathrm{Sz}) \Rightarrow \boldsymbol{E}_i = \boldsymbol{SxN}_x + \boldsymbol{SyN}_y + \boldsymbol{S}_z\boldsymbol{N}_z$$

$$\begin{cases} E_1 = \mathrm{N}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}) . \boldsymbol{S}_1 \\ E_2 = \mathrm{N}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}) . \boldsymbol{S}_2 \\ E_3 = \mathrm{N}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}) . \boldsymbol{S}_3 \\ E_4 = \mathrm{N}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}) . \boldsymbol{S}_4 \\ E_5 = \mathrm{N}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}) . \boldsymbol{S}_5 \\ E_n = \mathrm{N}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}) . \boldsymbol{Sn} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{1x} & S_{1y} & S_{1z} \\ S_{2x} & S_{2y} & S_{2z} \\ S_{3x} & S_{3y} & S_{3z} \\ S_{4x} & S_{4y} & S_{4z} \\ S_{5x} & S_{5y} & S_{5z} \\ S_{nx} & S_{ny} & S_{nz} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{E=SN}$$

Stéréo photométrique : Solution

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{1x} & S_{1y} & S_{1z} \\ S_{2x} & S_{2y} & S_{2z} \\ S_{3x} & S_{3y} & S_{3z} \\ S_{4x} & S_{4y} & S_{4z} \\ S_{5x} & S_{5y} & S_{5z} \\ S_{nx} & S_{ny} & S_{nz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{E}_{n\times1} = \mathbf{S}_{n\times3} \mathbf{N}_{3\times1}$$

$$E=SN \rightarrow S^{-1}E=S^{-1}SN \rightarrow N = S^{-1}E$$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{-1} & S_{12}^{-1} & S_{13}^{-1} & S_{14}^{-1} & S_{15}^{-1} & S_{1n}^{-1} \\ S_{21}^{-1} & S_{22}^{-1} & S_{23}^{-1} & S_{24}^{-1} & S_{25}^{-1} & S_{2n}^{-1} \\ S_{31}^{-1} & S_{32}^{-1} & S_{33}^{-1} & S_{34}^{-1} & S_{35}^{-1} & S_{3n}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_n \end{bmatrix}$$

Stéréo photométrique : Solution

Sources directions =

$$\begin{bmatrix} S_{1x} & S_{1y} & S_{1z} \\ S_{2x} & S_{2y} & S_{2z} \\ S_{3x} & S_{3y} & S_{3z} \\ S_{4x} & S_{4y} & S_{4z} \\ S_{5x} & S_{5y} & S_{5z} \\ S_{nx} & S_{ny} & S_{nz} \end{bmatrix}$$

$$images = \overbrace{\begin{bmatrix} E_{1p1} & E_{1p2} & \boxed{E_{1p3}} & E_{1p4} & E_{1p5} & \dots\dots \\ E_{2p1} & E_{2p2} & E_{2p3} & E_{2p4} & E_{2p5} & \dots\dots \\ E_{3p1} & E_{3p2} & E_{3p3} & E_{3p4} & E_{3p5} & \dots\dots \\ E_{4p1} & E_{4p2} & E_{4p3} & E_{4p4} & E_{4p5} & \dots\dots \\ E_{5p1} & E_{5p2} & E_{5p3} & E_{5p4} & E_{5p5} & \dots\dots \\ E_{np1} & E_{np2} & E_{np3} & E_{np4} & E_{np5} & \dots\dots \end{bmatrix}}^{h\ x\ w\ pixels}$$

Pseudo inverse : **décomposition en valeurs singulières (SVD – Singular Value. Decomposition)**

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{-1} & S_{12}^{-1} & S_{13}^{-1} & S_{14}^{-1} & S_{15}^{-1} & S_{1n}^{-1} \\ S_{21}^{-1} & S_{22}^{-1} & S_{23}^{-1} & S_{24}^{-1} & S_{25}^{-1} & S_{2n}^{-1} \\ S_{31}^{-1} & S_{32}^{-1} & S_{33}^{-1} & S_{34}^{-1} & S_{35}^{-1} & S_{3n}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_n \end{bmatrix}$$

$$(N = S^{-1}E)$$

Stéréo photométrique : Intégration

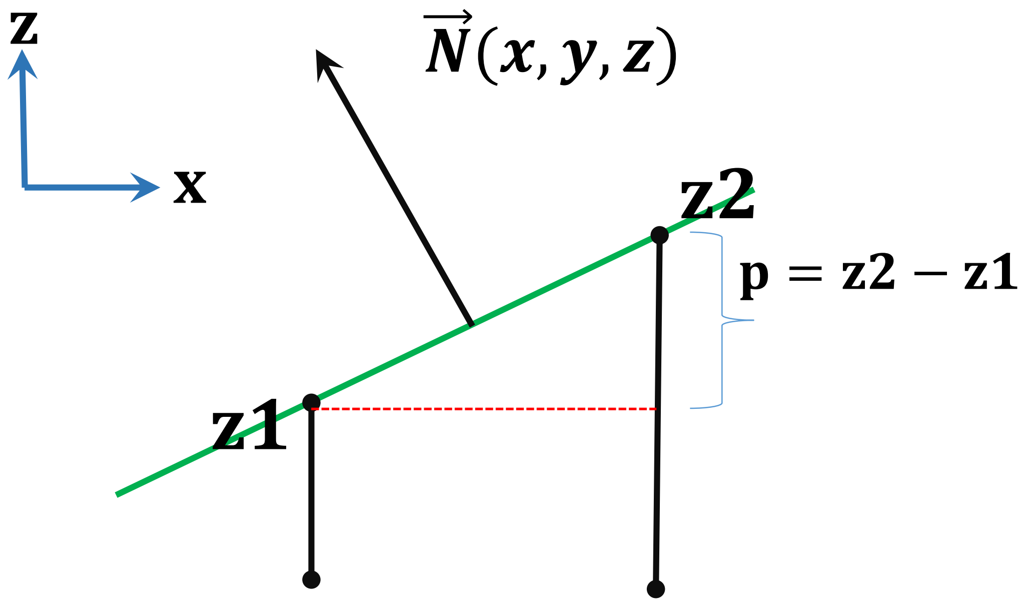
$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix}$ **représente le vecteur normal d'un pixel,**

Le vecteur normal est un vecteur unitaire c-à-d la norme (longueur) = 1.

$$N = \left(\frac{N_x}{\|N\|}, \frac{N_y}{\|N\|}, \frac{N_z}{\|N\|}\right) \quad \textit{tel que} \quad \|N\| = \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2}$$

L'étape suivante consiste à intégrer le champs de normales pour calculer la profondeur de chaque pixel.

Stéréo photométrique : Intégration



$$\nabla z = (p, q) = \left(\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right)$$

$$N = \frac{-p, -q, 1}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}$$

P et q sont les gradient par rapport aux axes x et y respectivement c-à-d la différence de Z entre deux points (pixel) de l'objet.

Stéréo photométrique : affichage

$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix}$ les coordonnées d'un vecteur normal sont compris entre [-1, 1]

Afin d'afficher les coordonnées de vecteur normal il est necessaire de changer l'intervalle à [0, 255].

$N_{x}\_Aff = B = ((N_x+1)/2)*255$

$N_{y}\_Aff = G = ((N_y+1)/2)*255$

$N_{z}\_Aff = R = ((N_z+1)/2)*255$